

$$\sin \frac{\pi}{4} = 45 \frac{x+2}{x}$$

$$\frac{x+2}{x}$$

| | | | | | |
|-------|------|------|-----|-----|-----|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| x^2 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |

| | | | | |
|--------|------|------|---------------|---------------|
| x | -3 | -1 | $\frac{3}{2}$ | $\frac{7}{3}$ |
| $f(x)$ | | | | |

| | | | | | |
|--------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| t | $-\infty$ | -2 | 3 | $+\infty$ | |
| $t-3$ | $-$ | $-$ | 0 | $+$ | |
| $t+2$ | $-$ | 0 | $+$ | $+$ | |
| $P(t)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |

| | | | | | |
|---------|----------------------|---------------------------------------|----------------------|-----|-----------|
| t | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(t)$ | $+$ | $+$ | 0 | $-$ | $-$ |
| f | $1 \nearrow +\infty$ | $-\infty \nearrow 0 \searrow -\infty$ | $+\infty \searrow 1$ | | |

| | | | | |
|---------|-----------------------------------|--|--|--|
| x | 01 e^1 $+\infty$ | | | |
| $f'(x)$ | + + + | | | |
| f | $-\infty$ 01 \nearrow $+\infty$ | | | |

| | | | | | | | | | | |
|---------|---|---|-----|--|----------------|---------------------------------|-------------------|-----|----------------|-----|
| t | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $\frac{4}{3}$ | 2 | $+\infty$ | | | |
| $x'(t)$ | $-$ | $-\frac{7}{36}$ | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | | | |
| x | $1 \xrightarrow{\frac{1}{6}} 0 \xrightarrow{\quad} +\infty$ | | | $-\infty \xrightarrow{\quad} -8 \xrightarrow{\quad} -\infty$ | | $+\infty \xrightarrow{\quad} 1$ | | | | |
| y | $+\infty \xrightarrow{\quad} -\infty$ | $+\infty \xrightarrow{\quad} 0 \xrightarrow{\frac{3}{2}} \frac{160}{63} \xrightarrow{\frac{16}{3}} +\infty$ | | | | | | | | |
| $y'(t)$ | $-$ | $-$ | 0 | $+$ | $\frac{11}{4}$ | $+$ | $\frac{512}{147}$ | $+$ | $\frac{44}{9}$ | $+$ |

| | | | | | | |
|---------|--|-----------------|------|---|-----|----------------------|
| t | $-\infty$ | -4 | -1 | 0 | 2 | $+\infty$ |
| $x'(t)$ | $-$ | 0 | $+$ | $+$ | 0 | $-$ |
| x | $1 \searrow \frac{8}{9} \nearrow +\infty$ | | | $-\infty \nearrow 0 \searrow -\infty$ | | $+\infty \searrow 1$ |
| y | $+\infty \searrow \frac{32}{3} \searrow -\infty$ | | | $+\infty \searrow 0 \nearrow \frac{16}{3} \nearrow +\infty$ | | |
| $y'(t)$ | $-$ | $-\frac{64}{9}$ | $-$ | $-$ | 0 | $+$ |

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 1 \\ x - z = 0 \\ 3y + z = 2 \end{cases}$$

Par la méthode du pivot de Gauss, on résout le système :

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 1 \\ -x + y + z = 2 \\ 3x - y + z = 0 \end{cases}$$

On élimine la variable x à partir de la ligne 2 :

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 1 \\ 4y + 3z = 5 \\ -8y - z = -3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow 2L_2 + L_1 \\ L_3 \leftarrow 2L_3 - 3L_1 \end{array}$$

On élimine la variable y à partir de la ligne 3 :

$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 1 \\ 4y + 3z = 5 \\ 5z = 7 \end{cases} \quad L_3 \leftarrow L_3 + 2L_2$$

On obtient alors :

$$\begin{cases} x = \frac{-2}{5} \\ y = \frac{1}{5} \\ z = \frac{7}{5} \end{cases}$$

La solution de ce système est : $(\frac{-2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{7}{5})$.

Par la méthode du pivot de Gauss, on résout le système :

$$\begin{cases} ax + y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

On échange la ligne 1 avec la ligne 2 pour obtenir un pivot toujours non nul :

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ ax + y = 0 \end{cases}$$

On élimine la variable x à partir de la ligne 2 :

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ (a+1)y = 0 \end{cases} \quad L_2 \leftarrow L_2 - aL_1$$

Le pivot $a+1$ peut s'annuler. On raisonne donc par disjonction des cas.

- Si $a = -1$, alors on est amené à résoudre le système :

$$\begin{cases} x - y = 0 \\ 0y = 0 \end{cases}$$

On obtient alors :

$$\begin{cases} x = y \\ y = y \end{cases}$$

L'ensemble des solutions de ce système est : $\{(y, y), y \in \mathbb{R}\}$.

- Si $a \neq -1$, alors le pivot est non nul et on continue la résolution.

On obtient alors :

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

La solution de ce système est : $(0, 0)$.

Par la méthode du pivot de Gauss, on calcule le rang de la matrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

On annule les coefficients sous le pivot de la colonne 1. On obtient la matrice de même rang :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$$

On échange la ligne 2 avec la ligne 3 pour obtenir un pivot non nul :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le rang de cette matrice vaut 2.

Par la méthode de Gauss-Jordan, on calcule l'inverse de la matrice :

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Sur la matrice

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

on effectue les opérations élémentaires suivantes :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) L_2 \leftarrow -2L_2 + L_1$$

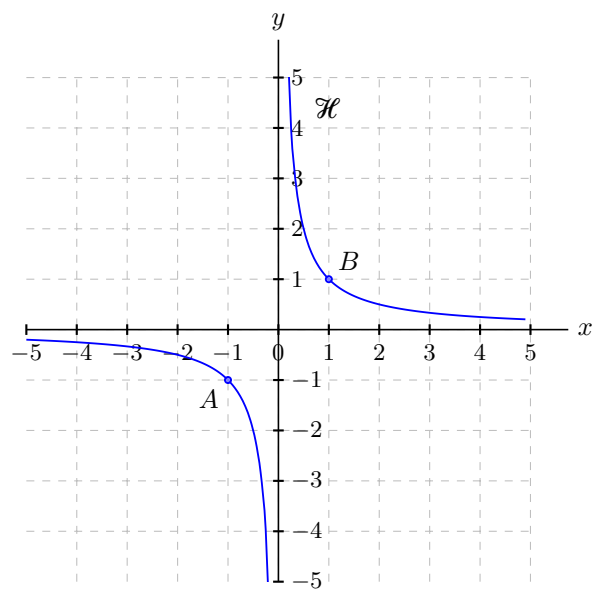
$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & -2 & -3 \end{array} \right) L_3 \leftarrow -3L_3 + L_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & -3 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & -2 & -3 \end{array} \right) L_2 \leftarrow -2L_2 - L_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -12 & 0 & 0 & 9 & -6 & -3 \\ 0 & 6 & 0 & -3 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & -2 & -3 \end{array} \right) L_1 \leftarrow 6L_1 - L_2$$

La matrice inverse est donc

$$\begin{pmatrix} \frac{-3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$



| | | | | | |
|---|----------------------|------|---------------------------------------|-----|----------------------|
| $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{2 \cdot x+1}$ | | | | | |
| t | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(t)$ | + | | + | 0 | - |
| f | $1 \nearrow +\infty$ | | $-\infty \nearrow 0 \searrow -\infty$ | | $+\infty \searrow 1$ |
| $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{2 \cdot x+1}$ | | | | | |