$\sin\frac{\pi}{4} = 45$ $\frac{x+2}{x}$

$$\frac{x+2}{x}$$

x	-2	-1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4

x	-3	-1	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{3}$
$f(x)$				

t	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$t-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$t+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$P(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

t	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	
f	1	$\nearrow$	$+\infty$ $\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ $\Vert$ $+\infty$	$\searrow$	1

x	0		1		e^1		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$+$		$+$		$+$	
f	$\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

t	$-\infty$		-1		0		1		$\frac{4}{3}$		2		$+\infty$
$x'(t)$		$-$	$\frac{-7}{36}$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	
x	1	$\searrow$	$\frac{1}{6}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	-8	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	1
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{3}{2}$	$\nearrow$	$\frac{160}{63}$	$\nearrow$	$\frac{16}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$
$y'(t)$		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\frac{11}{4}$	$+$	$\frac{512}{147}$	$+$	$\frac{44}{9}$	$+$	

t	$-\infty$		-4		-1		0		2		$+\infty$
$x'(t)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	
x	1	$\searrow$	$\frac{8}{9}$	$\nearrow$	$+\infty \Vert -\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	1
y	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{32}{3}$	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{16}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$
$y'(t)$		$-$	$\frac{-64}{9}$	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\frac{44}{9}$	$+$	

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & y & + & 3z & = & 1 \\ x & & & - & z & = & 0 \\ & & 3y & + & z & = & 2 \end{array}\right.$$

Par la méthode du pivot de Gauss, on résout le système :

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & 2y & + & z & = & 1 \\ -x & + & y & + & z & = & 2 \\ 3x & - & y & + & z & = & 0 \end{array}\right.$$

On élimine la variable x à partir de la ligne 2 :

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcrl} 2x & + & 2y & + & z & = & 1 & \\ & & 4y & + & 3z & = & 5 & \quad L_2 \longleftarrow 2L_2 + L_1 \\ & & -8y & - & z & = & -3 & \quad L_3 \longleftarrow 2L_3 - 3L_1 \end{array}\right.$$

On élimine la variable y à partir de la ligne 3 :

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & 2y & + & z & = & 1 \\ & & 4y & + & 3z & = & 5 \\ & & & & 5z & = & 7 \qquad L_3 \longleftarrow L_3 + 2L_2 \end{array}\right.$$

On obtient alors :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x & = & \dfrac{-2}{5} \\ y & = & \dfrac{1}{5} \\ z & = & \dfrac{7}{5} \end{array}\right.$$

La solution de ce système est : $\left(\frac{-2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{7}{5}\right)$.

Par la méthode du pivot de Gauss, on résout le système :

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} ax & + & y & = & 0 \\ x & - & y & = & 0 \end{array}\right.$$

On échange la ligne 1 avec la ligne 2 pour obtenir un pivot toujours non nul :

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} x & - & y & = & 0 \\ ax & + & y & = & 0 \end{array}\right.$$

On élimine la variable x à partir de la ligne 2 :

$$\left\{\begin{array}{rcrcl} x & - & y & = & 0 \\ & & (a+1)\,y & = & 0 \qquad L_2 \longleftarrow L_2 - aL_1 \end{array}\right.$$

Le pivot $a+1$ peut s'annuler. On raisonne donc par disjonction des cas.

- Si $a = -1$, alors on est amené à résoudre le système :

  $$\left\{\begin{array}{rcrcl} x & - & y & = & 0 \\ & & 0y & = & 0 \end{array}\right.$$

  On obtient alors :

  $$\left\{\begin{array}{rcl} x & = & y \\ y & = & y \end{array}\right.$$

  L'ensemble des solutions de ce système est : $\{(y, y)\,, y \in \mathbb{R}\}$.

- Si $a \neq -1$, alors le pivot est non nul et on continue la résolution.
  On obtient alors :

  $$\left\{\begin{array}{rcl} x & = & 0 \\ y & = & 0 \end{array}\right.$$

  La solution de ce système est : $(0, 0)$.

Par la méthode du pivot de Gauss, on calcule le rang de la matrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

On annule les coefficients sous le pivot de la colonne 1. On obtient la matrice de même rang :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \; L_2 \longleftarrow L_2 - 2L_1$$

On échange la ligne 2 avec la ligne 3 pour obtenir un pivot non nul :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le rang de cette matrice vaut 2.

Par la méthode de Gauss-Jordan, on calcule l'inverse de la matrice :

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Sur la matrice

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

on effectue les opérations élémentaires suivantes :

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \; L_2 \longleftarrow -2L_2 + L_1$$

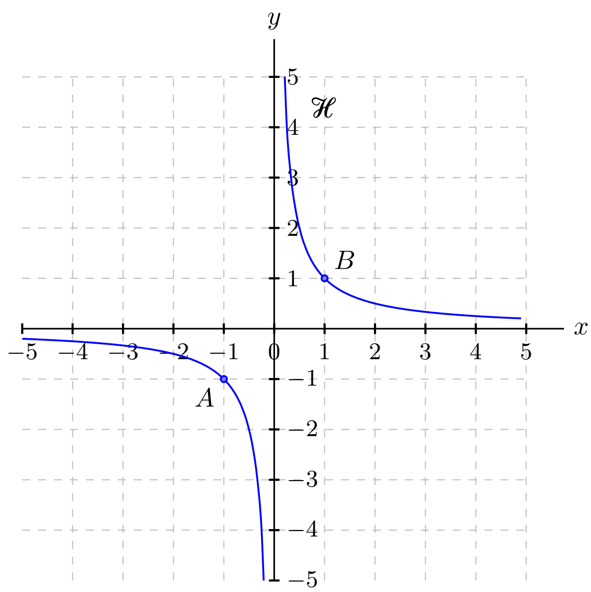
$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & -2 & -3 \end{array}\right) \; L_3 \longleftarrow -3L_3 + L_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & -3 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & -2 & -3 \end{array}\right) \; L_2 \longleftarrow -2L_2 - L_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} -12 & 0 & 0 & 9 & -6 & -3 \\ 0 & 6 & 0 & -3 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & -2 & -3 \end{array}\right) \; L_1 \longleftarrow 6L_1 - L_2$$

La matrice inverse est donc

$$\begin{pmatrix} \frac{-3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{-1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{-1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}$$



x	-2	-1	0	1	2
x^2	4	1	0	1	4

t	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
f	1	$\nearrow$	$+\infty \,\|\, -\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty \,\|\, +\infty$	$\searrow$	1

t	4		10
$f'(t)$		$+$	
f	2	$\nearrow$	$\sqrt{10}$